Laboratório de Física

Preparado por

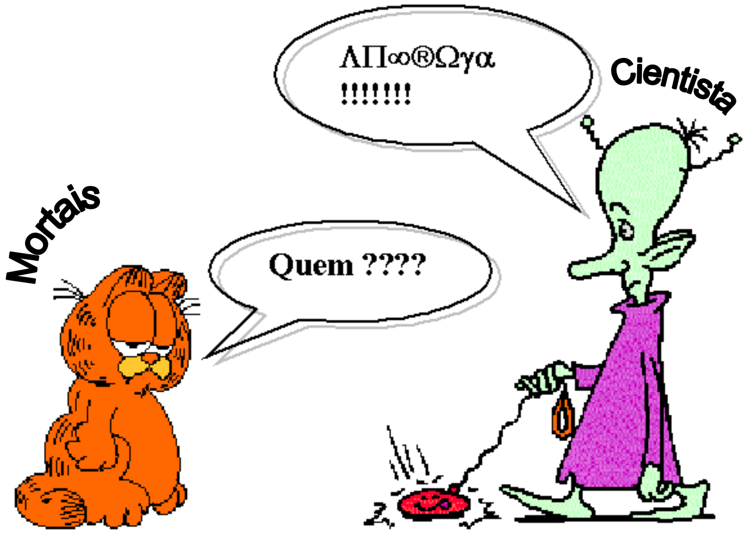
Prof. José Agostinho G. de Medeiros

SUMÁRIO

Introdução

Nos cursos de ciências exatas a disciplina de Física, para uma grande parcela dos alunos é vista como somente mais uma disciplina que deve constar em seu histórico escolar para alcançar o objetivo principal que é o ***Diploma***. Esta maneira de pensar dificulta o real aprendizado de uma das disciplinas básicas dos cursos de ciências exatas e porque não dizer de cursos não relacionados à área de engenharia e tecnológica.

Há uma idéia errada do cientista em geral e do físico em particular, a idéia geral é de que o cientista é uma pessoa que vive no mundo da Lua e estuda assuntos que são acessíveis somente para poucos abençoados. A imagem do cientista vestido de avental, com os cabelos desgrenhados e totalmente alienado não contribui com a verdadeira imagem do cientista. Esqueça esta idéia, cientistas são pessoas comuns (em geral) que escolheram uma profissão que como muitas outras profissões exigem muita dedicação e empenho de quem almeja sucesso na vida profissional e pessoal.



Uma outra idéia errada é que a ciência só se faz em gigantescos laboratórios situados nos países mais ricos do planeta, é fato que algumas pesquisas em certos campos da Física necessitam de equipamentos que em geral estão longe do alcance da maioria dos países em desenvolvimento, na verdade o custo pode ser proibitivo até para países desenvolvidos, neste caso criam-se laboratório internacionais que envolvem dezenas de países em um consórcio. Na verdade a base da Física e muitas das descobertas atuais da Física foram realizadas em laboratórios relativamente simples e pode-se fazer Física até no "quintal de casa".

Menezes (1998) traz um texto que exemplifica a idéia de simplicidade que norteiam os físicos, portanto a Física também pode ser desenvolvida com recursos materiais muitas vezes já disponíveis e em bases teóricas simples. O texto é transcrito em sua integra a seguir.

"Por conhecer mal a Física, ou realmente por não compreendê-la muitas pessoas admiram especialmente a complexidade de cálculos e conceitos utilizados nesta ciência.
É verdade que muitas vezes a descrição dos fenômenos naturais exige modelos matemáticos elaborados, mas é na simplicidade e generalidade dos conceitos mais fundamentais que está a beleza maior. Certas leis gerais, uma vez consagradas, se tornam paradigmas universais, no sentido de só serem possíveis os eventos compatíveis com elas. Desta forma, uma partícula de luz (fóton), ao deixar um átomo, está submetida a certas leis gerais que valem igualmente para um pássaro que se lança ao vôo a partir do ramo de uma árvore. A compreensão da profundidade destes conceitos e leis gerais é essencial para o estudo de qualquer fenômeno físico.
É claro que no domínio submicroscópico do interior do núcleo atômico há certas forças e certas leis físicas que não são relevantes se estivermos analisando o movimento de um automóvel, e vice-versa, mas num e noutro domínio valem princípios gerais aos quais ambos se devem submeter. Assim, ao analisar a situação final dos veículos após uma colisão, anotar as marcas de pneus no chão e colher os fragmentos resultantes, o técnico da polícia rodoviária tem em vista a utilização dos mesmos princípios de conservação necessários na física nuclear, onde os dados de uma colisão são os núcleos resultantes e a radiação emitida.
Não se pense também que é possível resolver todos os problemas só com os princípios gerais. Cada campo da Física desenvolve métodos específicos para o conjunto de fenômenos que estuda. Além dos tipos de força envolvidos, os modelos e métodos de aproximação podem ser bastante diferentes de um campo para outro.
Freqüentemente, a extrema especialização em certos assuntos particulares dentro da Física acaba resultando numa linguagem e em artifícios calculacionais que só são compreendidos pelos "iniciados". Isso deve, no entanto, ser visto como uma contingência e não como uma vantagem.
Explicações excessivamente complicadas são sempre recebidas com muita reserva. As que só servem para situações especiais também causam desconfiança e são tomadas como algo provisório, à espera de uma justificativa de alcance universal. Portanto, ao contrário do que se poderia imaginar, é feio o que for excessivamente complicado e é provisório o que for excessivamente particular.
As idéias de simplicidade e beleza, associadas às de generalidade ou universalidade nas leis físicas, não são algo novo. Elas têm guiado há séculos a intuição dos cientistas. Argumentos de natureza estética, como simetria ou harmonia, mais de uma vez inspiraram formulações que se revelaram verdadeiras quando confrontadas com a experimentação."
A Física possui uma simplicidade que não é só desejada e procurada pelos físicos a simplicidade é inerente a Física. Podemos então nos perguntar por que a Física não pode explicar todos os fenômenos que observamos. Devemos considerar que a teoria física lida com fenômenos que se manifestam em escalas de espaço e tempo que variam em mais sessenta ordens de grandeza (a física experimental cobre uma faixa menor) e na escala de tempo do universo estamos tentando desvendar os mistérios a

muito pouco tempo. As leis físicas podem ser comparadas as leis de um jogo (um jogo de xadrez, por exemplo), geralmente um jogo possui poucas regras e estas devem ser simples senão o jogo não é divertido, isto não quer dizer que o jogo é simples, as variações das jogadas ou movimento dos jogadores podem ser muitas, o que torna o jogo interessante. Entretanto no simbólico jogo da natureza não conhecemos todas as regras do jogo e tampouco o campo de jogo (por ser muito pequeno, muito grande ou muito distante), estamos então participando de um jogo onde conhecemos algumas das regras e podemos observar o movimento de outras peças do jogo para esclarecer regras que não haviam sido determinadas até o momento. Tente entender as regras do futebol americano, assistindo uma partida sem alguém para explicar, após algumas partidas podemos ter idéia de algumas regras.

A observação na Física é muito importante, e ajuda a descobrir novas leis ou provar leis determinadas pelos físicos teóricos. Portanto um dos principais objetivos da física experimental é determinar o valor numérico de uma grandeza. Voltaremos a falar sobre este assunto um pouco mais adiante, vamos tratar agora de um assunto mais *"prático"* para os alunos.

Não é segredo para ninguém que a disciplina Física (junto com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral) é um fator de preocupação e infelizmente de insucesso para muitos dos alunos dos cursos tecnológicos e de engenharia. Os alunos esquecem que o sucesso não cai do céu e tal como em um jogo devemos estudar as regras deste jogo e treinar para aperfeiçoar as nossas jogadas. Visando auxiliar neste processo de aprendizagem, segue abaixo alguns conselhos, **use-os**. (conselhos dados por muitos autores de livros didáticos de Física)

- Verifique se os seus conhecimentos matemáticos estão de acordo com o nível exigido pelo curso de Física. Faça uma leitura rápida nos seus livros de ensino médio. Se houver alguma dúvida tente estudar estes assuntos em seu tempo livre. Por tempo livre eu entendo como sendo um tempo diferente daquele em que você reservou para estudar as disciplinas do seu curso universitário.
- Para não perder tempo, pergunte ao seu professor quais os tópicos que devem ser estudados.
- Algumas pessoas entendem melhor a aula fazendo uma leitura superficial do assunto antes da aula e uma leitura mais criteriosa após a aula.
- Faça as anotações das aulas, sob a forma de rascunho, e mais tarde, passe a limpo. Utilize o tempo para ouvir as explicações do professor com atenção.
- Pergunte ao professor sobre os assuntos que não estão bem esclarecidos para você. A pergunta pode ser feita no transcorrer da aula ou após a aula. Alguns professores oferecem o seu e-mail para tirar dúvidas dos alunos. Verifique com cada professor a melhor opção. Não se esqueça, não existe pergunta idiota.
- Não falte a aula
- Caso não possa assistir a uma aula, peça para algum colega de turma as anotações da aula perdida e os comentários do professor sobre o assunto.

- Dedique aproximadamente 2h30 de estudos para cada hora de aula.
- Organize seus horários, tenha sempre o material de estudos junto de você, os horários livres aparecem nos momentos em que menos esperamos.
- Estude todos os dias. Entenda, não é para estudar o dia todo é para estudar todos os dias.
- Estude em ambiente silencioso.
- Quando possível trabalhe em grupo, o curso universitário não é uma disputa e deve existir cooperação. Grupos de estudos são importantes no momento de uma revisão para as provas.
- Consulte outros livros, diferentes do livro adotado pelo seu professor. **Use a biblioteca**.
- **Leia sempre**, romances, jornal, livros, revistas, etc.
- Se você não conhece um outro idioma, pense seriamente em aprender algum. Aprenda inglês, na área técnica é essencial.
- Após cada problema resolvido em sala ou após cada prova, refaça os problemas e tente entender onde errou. Esta etapa é muito importante, lembre-se que se você não corrigir os erros recentes, no futuro os erros devem continuar.
- Não se engane, estudar um dia (ou hora) antes da prova, não é uma boa escolha. Caso haja dúvidas, não existe mais tempo hábil para perguntar ao professor ou recorrer a outros livros.

Cada pessoa possui uma estratégia de estudo que se adapta melhor ao seu tempo e caráter. Os conselhos listados acima podem (devem) ser utilizados em qualquer disciplina.

1. Grandezas

Grandeza é um conceito primitivo (não é preciso definir). Existem tentativas de definição: A mais comum é a seguinte: “grandeza é tudo o que pode ser medido”.
Medir é comparar grandezas de mesma espécie. Existem certas manifestações que impropriamente são tratadas, em alguns setores da ciência, como se fossem grandezas. Elas não são grandezas físicas, são chamadas de grandezas subjetivas, pois não podem ser medidas por comparação com outras grandezas de mesma espécie. Toda grandeza física é mensurável nos termos da definição do que é medir.

1.1 Classificação Principal

1.1.1 Grandezas Físicas Escalares

São aquelas que ficam determinadas pelo conhecimento de sua intensidade. Para operar com grandezas escalares usamos o ente matemático chamado número. Exemplos: massa, tempo, trabalho, energia, temperatura, densidade, potencial, etc. Se, por exemplo, dissermos que um corpo tem massa igual a 10 kg, a grandeza física massa estará perfeitamente definida indicando-se simplesmente o número (10) e a unidade de medida (kg).

1.1.2 Grandezas Físicas Vetoriais

Somente ficam determinadas na sua plenitude quando além de sua intensidade, conhecemos também a sua direção e seu sentido. Para operar as grandezas físicas vetoriais lançamos mão de um ente matemático chamado vetor. Exemplos: força, velocidade, posição, aceleração, impulso, campo elétrico, etc.

1.2 Fórmula Operacional da Intensidade de uma Grandeza Física

A intensidade de uma grandeza física pode ser representada por:

$$G = nG_u$$

onde

G : intensidade;
n : número puro, numeral, medida.
Gu : unidade de medida.

ex.: $v = 120 m/s$.

2. Unidades de Medida

Podem ser classificadas em unidades fundamentais e derivadas.

2.1 Unidade Fundamental

Unidades fundamentais são intensidades de grandezas convencionadas, fixadas, determinadas arbitrariamente; não existe nenhum compromisso teórico na sua fixação. Apesar da fixação de unidades fundamentais ser teoricamente arbitrária, existe um conjunto de técnicas e regras subordinadas ao bom senso que orientam a sua determinação. Existem laboratórios e comitês internacionais que pesquisam a melhor forma para fixar unidades fundamentais. Esse conjunto de regras que orientam a fixação de unidades é um capítulo da Física chamado Metrologia.

2.2 Unidade Derivada

Unidades derivadas são obtidas pela aplicação de unidades fundamentais na equação física da grandeza pretendida.

2.3 Sistema de Unidades

Entende-se por Sistema de Unidades de um determinado setor da física ao conjunto de unidades fundamentais e derivadas definidas para todas as grandezas daquele setor.

2.3.1 Sistema Internacional de Unidades (SI)

Com um mínimo de unidades fundamentais abrange todos os setores da Física. O Sistema internacional de Unidades, ratificado pela 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM) em 1960, e atualizado até a 16ª CGPM de 1979, compreende:

a) sete unidades de base:

GRANDEZA	UNIDADE	SÍMBOLO
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
corrente elétrica	ampère	A
temperatura termodinâmica	kelvin	K
quantidade de matéria	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

b) duas unidades suplementares:

GRANDEZA	UNIDADE	SÍMBOLO
Ângulo plano	radiano	rad
Ângulo sólido	esterradiano	sr

c) unidades derivadas, deduzidas direta ou indiretamente das unidades de base e suplementares:

GRANDEZA	UNIDADE	SÍMBOLO
freqüência	hertz	Hz
força	newton	N
pressão	pascal	Pa
energia	joule	j
potência	watt	W
carga elétrica	coulomb	C
potencial elétrico	volt	V
resistência elétrica	ohm	Ω
condutância elétrica	siemens	S
capacitância	farad	F
indução magnética	Tesla	T
fluxo magético	weber	Wb
indutância	henry	H
temperatura Celsius	graus Celsius	^{o}C
fluxo luminoso	lumen	lm
luminescência	Lux	lx
atividade	becquerel	Bq
dose absorvida	Gray	Gy
dose equivalente	sievert	Sv

d) os múltiplos e submúltiplos decimais das unidades acima, cujos nomes são formados pelo emprego dos prefixos do Sistema de Unidades da tabela abaixo. É aceitável, quando conveniente, os valores de certas grandezas tomado como referência, na forma de fração ou porcentagem.

Prefixo	Abreviatura	Ordem de Grandeza
atto	a	10^{-18}
femto	f	10^{-15}
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	µ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
deci	d	10^{-1}
deca	da	10^{1}
hecto	h	10^{2}
quilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}
peta	P	10^{15}
exa	E	10^{18}

observações:

1) Por motivos históricos, o nome da unidade S.I. de massa contém um prefixo; excepcionalmente e por convenção, os múltiplos e submúltiplos dessa unidade são formados pela adjunção de outros prefixos S.I. à palavra grama e ao símbolo g.

2) Os prefixos desta tabela podem ser também empregados com unidades que não pertencem ao S.I.

3) Os prefixos não são usados com graus Celsius.

2.3.2 Unidades em uso junto com o S.I.

Estas unidades não fazem parte do S.I.. Os prefixos podem ser utilizados com essas unidades, como por exemplo mililitro, megaeletronvolt, etc.

Unidade	Símbolo	Valor no SI
minuto	min	60 s
hora	h	3600 s
dia	d	86400 s
grau	o	$1{,}745 \times 10^{-2}$ rad
minuto	`	$2{,}909 \times 10^{-2}$ rad
segundo	``	$4{,}848 \times 10^{-6}$ rad
angstron	A	10^{-10} m
barn	b	$10^{-28} m^2$
litro	l , L	10^{-3} m^3
tonelada	t	1000 kg
bar	bar	10^{5} N/m^2
eletronvolt	eV	$1{,}602 \times 10^{-19}$ J
u.m.a	u	$1{,}660 \times 10^{-27}$ kg

2.3.3 Grafia dos Nomes de Unidades

Quando escritos por extenso, os nomes de unidades começam por letra minúscula, mesmo quando tem o nome de um cientista (por exemplo, ampère, kelvin, newton, etc.), exceto o grau Celsius.

Na expressão do valor numérico de uma grandeza, a respectiva unidade pode ser escrita por extenso ou representada pelo seu símbolo (por exemplo, quilovolts por milímetro ou kV/mm), não sendo admitidas combinações de partes escritas por extenso com partes expressas por símbolo.

2.3.4 Plural dos Nomes de Unidades

Quando os nomes de unidades são escritos ou pronunciados por extenso, a formação do plural obedece às seguintes regras básicas:

a) os prefixos SI são sempre invariáveis;

b) os nomes de unidades recebem a letra “s” no final de cada palavra, exceto nos casos da alínea c:

quando são palavras simples. Por exemplo, ampères, candelas, curies, farads, grays, joules, kelvins, quilogramas, parsecs, roentgens, volts, webers, etc;
quando são palavras compostas em que o elemento complementar de um nome de unidade não é ligado a este por hífen. Por exemplo, metros quadrados, milhas marítimas, unidades astronômicas, etc;
quando são termos compostos por multiplicação, em que os componentes podem variar independentemente um do outro. Por exemplo, ampères-horas, newtons-metros, ohms-metros, pascals-segundos, watts-horas, etc

Nota: Segundo esta regra, e a menos que o nome da unidade entre no uso vulgar, o plural não desfigura o nome que a unidade tem no singular (por exemplo, becquerels, decibels, henrys, mols, pascals, etc), não se aplicando aos nomes de unidades certas regras usuais de formação do plural de palavras.

c) os nomes ou partes dos nomes de unidades não recebem a letra “s” no final:
quando terminam pelas letras s, x ou z. Por exemplo: siemens, lux, hertz, etc;
quando correspondem ao denominador de unidades compostas por divisão. por exemplo, quilômetros por hora, lumens por watt, etc;
quando, em palavras compostas, são elementos complementares de nomes de unidades e ligados a este por hífen ou preposição. Por exemplo, anos-luz, elétron-volts, quilogramas-força, etc;

2.3.5 Grafia dos Símbolos de Unidades

A grafia dos símbolos de unidades obedece às seguintes regras básicas:
a) os símbolos são invariáveis, não sendo admitido colocar, após o símbolo, seja ponto de abreviatura, seja “s” de plural, sejam sinais, letras ou índices. Por exemplo, o símbolo do watt é W, qualquer que seja o tipo de potência a que se refira: mecânica, elétrica, térmica, acústica, etc;

b) os prefixos SI nunca são justapostos num mesmo símbolo. Por exemplo, unidades como Gwh, nm, pF, não devem ser substituídas por expressões em que se justaponham, respectivamente, os prefixos mega e quilo, mili e micro, micro e micro, etc;

c) os prefixos SI podem coexistir num símbolo composto por multiplicação ou divisão. Por exemplo, kN.cm, kΩ.mA, kV/mm, etc;

d) os símbolos de uma mesma unidade podem coexistir num símbolo composto por divisão. Por exemplo, $\Omega.mm^2/m$, etc;

e) o símbolo é escrito no mesmo alinhamento do número a que se refere, e não como expoente ou índice. São exceções, os símbolos das unidades não SI de ângulo plano (o

, „), os expoentes dos símbolos que tem expoente, o sinal o do símbolo do grau Celsius e os símbolos que tem divisão indicada por traço de fração horizontal;

f) o símbolo de uma unidade composta por multiplicação pode ser formado pela justaposição dos símbolos componentes e que não cause ambigüidade (VA, kWh, etc), ou mediante a colocação de um ponto entre os símbolos componentes, na base da linha ou a meia altura (N.m ou N.m, $m.s^{-1}$ ou $m.s^{-1}$, etc);

g) o símbolo de uma unidade que contém divisão pode ser formado por uma qualquer das três maneiras exemplificadas a seguir:

$W/(sr.m^2)$, $W.sr^{-1}.m^{-2}$, $\dfrac{W}{sr.m^2}$,

não devendo ser empregada esta última forma quando o símbolo, escrito em duas linhas diferentes, puder causar confusão.

h) quando um símbolo com prefixo tem expoente, deve-se entender que esse expoente afeta o conjunto prefixo-unidade, como se esse conjunto estivesse entre parênteses. Por exemplo: $dm^3 = 10^{-3} m^3$, $mm^3 = 10^{-9} m^3$.

2.3.6 Grafia dos Números

As prescrições desta seção não se aplicam aos números que não representam quantidades (por exemplo, numeração de elementos em seqüência, códigos de identificação, datas, números de telefones, etc).

Para separar a parte inteira da parte decimal de um número, é empregada sempre uma vírgula; quando o valor absoluto do número é menor do que 1, coloca-se 0 à esquerda da vírgula.

Os números que representam quantias em dinheiro, ou quantidades de mercadorias, bens ou serviços em documentos para efeitos fiscais, jurídicos e/ou comerciais, devem ser escritos com os algarismos separados em grupos de três, a contar da vírgula para a esquerda e para a direita, com pontos separando esses grupos entre si.

Nos demais casos, é recomendado que os algarismos da parte inteira e os da parte decimal dos números sejam separados em grupos de três, a contar da vírgula para a esquerda e para a direita, com pequenos espaços entre esses grupos (por exemplo, em trabalhos de caráter técnico ou científico), mas é também admitido que os algarismos da parte inteira e os da parte decimal sejam escritos seguidamente (isto é, separados em grupos).

Para exprimir números sem escrever ou pronunciar todos os seus algarismos:

a) para os números que representam quantias em dinheiros, ou quantidades de mercadorias, bens ou serviços, são empregadas de uma maneira geral as palavras:

mil	$= 10^3 =$	1 000
milhão	$= 10^6 =$	1 000 000
bilhão	$= 10^9 =$	1 000 000 000
trilhão	$= 10^{12} =$	1 000 000 000 000

podendo ser opcionalmente empregados os prefixos SI ou os fatores decimais da tabela 1, em casos especiais (por exemplo, em cabeçalhos de tabelas);

b) para trabalhos de caráter técnico ou científico, é recomendado o emprego dos prefixos SI ou fatores decimais da tabela 1.

2.3.7 Espaçamento entre Número e Símbolo

O espaçamento entre um número e um símbolo da unidade correspondente deve atender a conveniência de cada caso. Assim, por exemplo:

a) em frases de textos correntes, é dado normalmente o espaçamento correspondente a uma ou a meia letra, mas não se deve dar espaçamento quando há possibilidade de fraude;

b) em colunas de tabelas, é facultado utilizar espaçamentos diversos entre os números e os símbolos das unidades correspondentes.

2.3.8 Pronúncia dos Múltiplos e Submúltiplos Decimais das Unidades

Na forma oral, os nomes dos múltiplos e submúltiplos decimais das unidades são pronunciados por extenso, prevalecendo a sílaba tônica da unidade.

As palavras quilômetro, decímetro, centímetro e milímetro, consagradas pelo uso com o acento tônico deslocado para o prefixo, são a únicas exceções e esta regra; assim sendo, os outros múltiplos e submúltiplos decimais do metro devem ser pronunciados com o acento tônico na penúltima sílaba (mé), por exemplo, megametro, micrometro (distinto do micrômetro, instrumento de medição), nanometro, etc... .

Tratamento de Dados Experimentais

Com já foi dito um dos principais objetivos da física experimental é determinar o valor numérico de uma grandeza. Porém não basta registrar o resultado das medidas feitas em laboratório, para o físico é necessário saber o quanto confiável é esta medida. Com este objetivo utilizamos métodos estatísticos, o tratamento de dados experimentais com todos os seus aspectos matemáticos é por si só assunto para um livro inteiro, portanto abordaremos os aspectos básicos do tratamento dos dados experimentais.

3. Algarismos Significativos

A medida de uma grandeza física é obtida, em geral, por meio de uma experiência. Pode-se definir medida de uma grandeza como sendo o resultado da comparação do valor adotado como padrão desta grandeza com um valor desconhecido da mesma.

O resultado da medida é expresso por três itens:

a) um número M
b) uma unidade U
c) uma indicação do desvio (incerteza) provável da medida. ΔM

Desta forma o resultado de uma medida pode ser expresso da seguinte forma:

$$Medida = (M \pm \Delta M)U$$

ou

$$Medida = M \ (\ \Delta M)U$$

Quanto ao números de algarismos em que a medida deve ser expressa, devemos tomar alguns cuidados, como no exemplo a seguir.

Seja o segmento AB e a régua *centimetrada*:

Como a menor divisão da escala é $u = 1\ cm$, *AB = 13 u* + *fração de u*

13 unidades completas, portanto, exato !

fração de u não se pode medir, mas pode ser avaliada ou estimada pelo experimentador dentro de seus limites de percepção.

Se 3 experimentadores fossem anotar o comprimento AB, a medida poderia ser expressa da seguinte forma: (sem considerar o desvio)

a) Todos os 3 anotariam 13 unidades completas.
b) Mas poderiam avaliar a *fração de u* de 3 modos diferentes :

fração de u = 0,3 u
fração de u = 0,2 u => Nenhum dos 3 estaria errado !!!!!
fração de u = 0,4 u

Portanto, o comprimento AB poderia ser anotado como sendo:

AB = 13 u + 0,3 u = 13,3 u = 13,3 cm
AB = 13 u + 0,2 u = 13,2 u = 13,2 cm
AB = 13 u + 0,4 u = 13,4 u = 13,4 cm

Entretanto, se o quarto experimentador avaliasse a fração como sendo 0,25 u = 0,25 cm, que sentido se poderia atribuir a esse resultado ?

Medindo-se com régua centimetrada tem sentido avaliar décimos, mas é discutível ou mesmo inaceitável avaliar centésimos ou frações menores.

Em medições, é costume fazer estimativas com aproximações até décimos da menor divisão da escala do instrumento.

Estimar centésimos ou milésimos da menor divisão da escala está fora dos limites de percepção da maioria dos seres humanos.

A medida AB = 13,2 cm apresenta 3 dígitos ou algarismos, dos quais o dígito ou algarismo 2 resultou da fração avaliada da menor divisão da escala do instrumento. E é por este motivo que nele reside a *dúvida* ou *incerteza* na medida.

Já os dígitos 1 e 3 que constituem o número 13 são isentos de dúvidas, pois como o exemplo mostra, a divergência entre os 3 experimentadores está na avaliação da fração da menor divisão da escala.

AB = 13,3 cm **AB = 13,2 cm** **AB = 13,4 cm**

ALGARISMOS DUVIDOSOS

Como julgar, por exemplo, a medida 9,0 m/s ?

9,0

não duvidoso

duvidoso

sempre o último da direita

> Os algarismos corretos (não duvidosos) e também o algarismo duvidoso (um só) constituem os ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS de uma medida.

Então:

na medida 13,3 cm tem-se 3 algarismos significativos;
na medida 9,0 m/s tem-se 2 algarismos significativos;
na medida 2 cm tem-se 1 algarismo significativo e ele próprio é duvidoso;
na medida 1,6 x 10^{-19} C tem-se 2 algarismos significativos;

A quantidade de algarismos significativos de uma medida não se altera mediante uma transformação de unidades. Por exemplo :

AB = 12,3 cm
AB = 12,3 x 10^{-2} m = 0,123 m
AB = 12,3 x 10^{-5} km = 0,000123 km
AB = 12,3 x 10 mm = 123 mm

apresentam 3 algarismos significativos, dos quais o dígito 3 é o duvidoso; isto significa que uma transformação de unidades NÃO ALTERA o número de algarismos significativos da grandeza física.

Os dígitos de um número contam-se da esquerda para a direita, a partir do primeiro não nulo, e são significativos todos os corretos, e também o primeiro algarismo duvidoso, e mais nenhum!

Como podemos observar nos exemplos acima é comum utilizar potências de dez no resultado de uma medida. Normalmente as unidades são indicadas acrescentando-se um prefixo que define a ordem de grandeza. O Bureau Internacional de Pesos e Medidas recomenda os prefixos da tabela 1

Tabela 1: Prefixos recomendados pelo Bureau Internacional de Pesos e Medidas

Prefixo	**Abreviatura**	**Ordem de Grandeza**
atto	a	10^{-18}
femto	f	10^{-15}
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
deci	d	10^{-1}
deca	da	10^{1}
hecto	h	10^{2}
quilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}
peta	P	10^{15}
exa	E	10^{18}

3.1 Regras de Aproximação

Quando se eliminam algarismos não significativos, ou mesmo quando, deliberadamente se dispensam alguns algarismos significativos observam-se as seguintes regras:

A) *Se o primeiro algarismo suprimido for inferior a 5 (cinco), o anterior não muda.*
B) *Se o primeiro algarismo suprimido for superior ou igual a 5 (cinco), o anterior é acrescido de uma unidade.*

Obs: *Alguns autores adotam um procedimento diferente quando o primeiro algarismo suprimido for igual a 5, introduzindo a seguinte alteração do item* ***B)****: Se o primeiro algarismo suprimido for superior a 5 (cinco), o anterior é acrescido de uma unidade, se o primeiro algarismo suprimido for igual a 5 (cinco) o anterior deve ser alterado de modo que fique par. No presente texto não adotamos este procedimento.*

Exemplo:	1,0234	arredondado	1,023
	1,0235	arredondado	1,024
	1,0236	arredondado	1,024

3.2 Operações com Algarismos Significativos

No laboratório são realizadas diversas medidas (diretas ou indiretas) de uma ou mais grandezas físicas, em geral as medidas consistem em uma das etapas para obter o resultado final do experimento. As medidas realizadas com aparelhos de precisão diferentes e as medidas de grandezas físicas diferentes devem ser reunidas através de uma equação matemática para obter o resultado final do experimento. Neste caso teremos que manipular medidas com um número diferente de algarismos significativos que devem passar por operações matemáticas, então é natural então que surja uma dúvida quanto ao número de algarismos significativos que o resultado deva apresentar. Os critérios a seguir determinam o número correto de algarismos significativos das operações matemáticas mais utilizadas em uma medida.

3.2.1 Adição e Subtração

Antes de efetuar a operação devemos exprimir todas as parcelas na mesma unidade. O resultado final deverá apresentar à direita da vírgula, um número de algarismos significativos igual ao da parcela mais pobre em algarismos significativos depois da vírgula.

Exemplo: $4{,}187 + 3{,}14 = 7{,}327 \rightarrow 7{,}33$

$4{,}187 - 3{,}14 = 1{,}047 \rightarrow 1{,}05$

$5,421 + 3,000 = 8,421 \quad \rightarrow 8,421$

3.2.2 Multiplicação e Divisão

Produto (ou quociente) deverá conter um número de algarismos significativos igual ao fator (ou dividendo ou divisor) mais pobre em algarismos significativos (ou no máximo um a mais).

Exemplo: $7,9 \times 14,6 = 115,34 \rightarrow 115$

$7,47 \div 85 = 0,0878823 \rightarrow 8,79.10^{-2}$

3.2.3 Radiciação, Potenciação, Logaritmação (etc)

Sendo *M* o número de algarismos significativos, o resultado (raiz) será no mínimo (*M - 1*) e no máximo *M.*

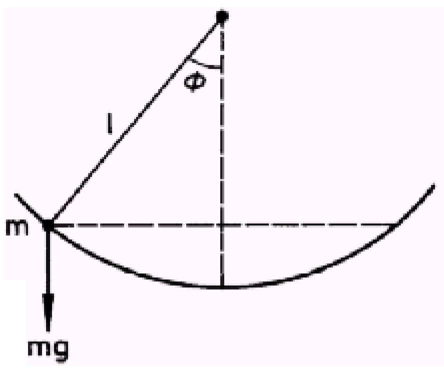
Exemplo: $\sqrt{2,000} = 1,4142136 \rightarrow 1,414$

Observação : Em operações de uma medida direta ou indireta envolvendo constantes matemáticas deve-se manter o número de algarismos significativos da medida.

Exemplo

Um dos métodos utilizados para a medida da aceleração da gravidade é utilizando-se de um pêndulo. No laboratório de Física utilizaremos este método para a medida da aceleração da gravidade.

O pêndulo simples é um sistema mecânico que exibe movimento periódico, oscilatório. É constituído por uma massa puntiforme m pendurada em um fio leve, de comprimento L, que tem uma extremidade fixa, conforme mostra a figura a seguir.



O movimento ocorre num plano vertical e é provocado pela força da gravidade. As forças que atuam sobre a massa são a tensão W, que atua ao longo do fio, e o peso P (mg).
Define-se o período de oscilação (T) de um pêndulo simples como sendo o tempo necessário para o corpo de massa m passar duas vezes consecutivas pelo mesmo ponto, movendo-se na mesma direção. O comprimento pendular (*l*) é a distância da extremidade fixa do fio até o centro do corpo pendurado. Para simplificar, vamos considerar que o corpo é puntiforme, portanto o período do movimento é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

portanto

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Tomando como base que foram obtidas as medidas a seguir:

l = (60,00 ± 0,05)cm
T = (1,55 ± 0,05)s

Utilizando a expressão para determinar o período da oscilação encontramos o resultado 985,9334261.....cm/s^2.
É claro que nem todos os algarismos apresentados são significativos. Refazendo as contas, levando em conta os critérios adotados para operações com algarismos significativos, encontramos um valor que contém o número correto de algarismos significativos.

$T^2 = 2{,}4025$ o valor de T é 1,55, portanto com 3 algarismos significativos, portanto o resultado de T^2 deve ser expresso com 3 algarismos significativos.
$T^2 = 2{,}4\bar{0}25$ o traço acima do número indica o primeiro algarismo duvidoso

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4\pi^2 (60{,}0\bar{0})}{2{,}4\bar{0}25} = 98\bar{5}{,}9334261$$

$$\boldsymbol{g = 986\, cm/s^2}$$

Exercícios

1) Determine o número de algarismos significativos das seguintes medidas experimentais:

a) $x = 0{,}20\,m$
b) $x = 0{,}015\,s$
c) $x = 5 \times 10^2\ m/s$
d) $x = 500\ m/s$
e) $x = 0{,}0040000\,m$
f) $x = 3{,}0\,m$
g) $x = 3{,}0 \times 10^2\ cm$
h) $x = 300\,cm$
i) $x = 3{,}0 \times 10^3\ mm$
j) $x = 3000\,mm$

2) Efetue o cálculo da grandeza indicada e apresente o resultado com o respectivo número de algarismos significativo esperado.

a) $27{,}8\,m + 1{,}326\,m + 0{,}66\,m$
b) $11{,}45\,s + 93{,}1\,s + 0{,}333\,s$
c) $18{,}2476\,m - 16{,}72\,m$
d) $3{,}27251\,cm \times 1{,}32\,cm$
e) $0{,}452\ A \times 2671\,\Omega$
f) $\dfrac{63{,}72\,cm}{23{,}1s}$
g) $\dfrac{0{,}451V}{2001\Omega}$
h) Área de um triângulo

$$A = \frac{bh}{2}$$
$$b = 3{,}10cm$$
$$h = 2{,}50cm$$

i) Volume de uma esfera

$$V = \frac{3\pi \cdot r^3}{4}$$
$$D = 4{,}00cm$$

j) Volume de um cilindro

$$V = \pi \cdot r^2 h$$
$$D = 2{,}0mm$$
$$h = 1{,}5cm$$

4. Erros

Como já foi dito um dos objetivos da física experimental é o estudo quantitativo de grandezas físicas. Este estudo é realizado a partir da medida das grandezas relacionadas às propriedades que são objeto do estudo. A confiabilidade dessas medidas depende dos instrumentos de medidas, portanto do grau de precisão do aparelho utilizado. Por maior que seja o grau de sofisticação e precisão dos aparelhos não impede a existência de erros (incerteza) na medida dessas grandezas.
Em geral é necessário o conhecimento dos instrumentos utilizados e um posterior tratamento matemático dos dados obtidos.
Em uma medida experimental podemos efetuar várias medidas de uma única grandeza física, de modo que no final do experimento e após o tratamento matemático adequado teremos o valor mais provável desta grandeza, em um intervalo de confiabilidade pretendida. Tomemos por exemplo a medida do comprimento de um objeto; a medida da diferença de potencial, suposta constante, entre dois pontos; a massa de um objeto; o tempo de queda de um dado corpo a uma dada altura. Em todos esses casos para obter um resultado aceitável é necessário realizar uma série de medidas de uma única grandeza física.
O objetivo dessa série de medidas é alcançar o seu VERDADEIRO VALOR ou VALOR REAL.
Mas, atingir este objetivo é praticamente impossível. Pode-se pelo menos chegar, após uma série de medidas, a um valor que mais se aproxima do valor real.
Se conhecermos o valor real da grandeza e o compararmos com o valor medido podemos definir aquilo que denominamos de ERRO.

> ERRO é a diferença entre o valor medido e o verdadeiro valor da grandeza.
>
> Erro = valor medido - valor real

Observação: As flutuações que acompanham todas as medidas limitam o objetivo de se atingir o verdadeiro valor da grandeza. O valor real nunca é conhecido, então o erro como está definido acima não pode ser calculado. O que podemos obter é o valor mais provável da grandeza e a partir desse valor conhecer o desvio do valor medido em relação ao valor mais provável da grandeza. O termo desvio será definido formalmente mais adiante.

Em alguns casos não é possível, ou não é desejado, realizar várias medidas de uma única grandeza. Neste caso apresentamos o valor da medida utilizando somente o critério de precisão do instrumento utilizado.

4.1 Classificação de Erros

A precisão ou significado de uma medida depende de três fatores:

- método
- instrumento de medida
- experimentador

Limiar de percepção é a menor variação de uma grandeza susceptível de ser medida e depende dos fatores enumerados anteriormente. Por não ser possível medir frações menores que o limiar de percepção, todas as medidas físicas são aferidas de erros.
Quando se realiza uma medida, cometem-se os mais variados tipos de erro. Deste modo o erro observado em uma medida é a soma de todos estes tipos de erro. Podemos classificar os diversos tipos de erro em três categorias: Erro de escala; Erro sistemático e Erro aleatório. Além das categorias citadas existe uma outra categoria de erro que pode ser chamada de erro grosseiro.
O erro (desvio) máximo na medida é a soma de todos os erros:

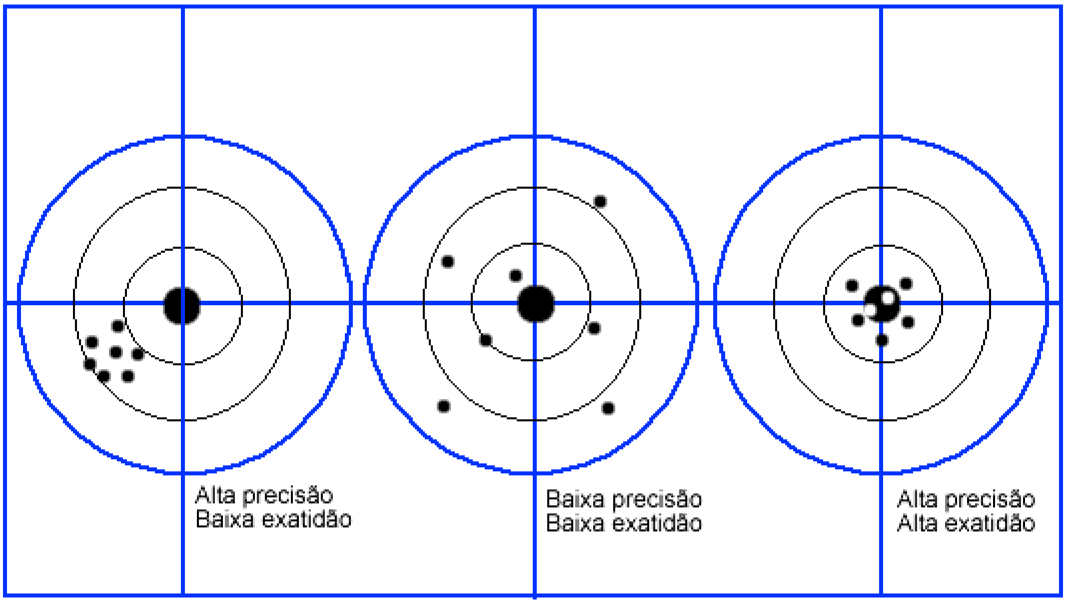
$$E = E_{sistemático} + E_{aleatório} + E_{escala}$$

4.1.1 Erros Sistemáticos

Chamam-se ***erros sistemáticos*** as flutuações originárias de falhas de método empregado ou de defeitos do operador. Por exemplo:

a) Calibração errônea de uma régua ou escala de instrumento;
b) Um relógio descalibrado que sempre se adianta ou sempre se atrasa;
c) A influência do potencial de contato numa medida de voltagem;
d) O tempo de resposta de um operador que sempre se adianta ou sempre se atrasa nas observações;
e) O operador que sempre superestima ou sempre subestima os valores das medidas .

Nas medidas em que o verdadeiro valor é desconhecido, as flutuações de origem sistemática quase sempre passam desapercebidas. Em geral, os erros sistemáticos não são revelados se um operador repete várias vezes a mesma medida, pois tais flutuações independem do operador (é certo que um bom operador é capaz de diminuir bastante os erros sistemáticos).
Por sua natureza, os erros ou flutuações de origem sistemática são de amplitudes regulares e influem na medida sempre num mesmo sentido: ou para mais ou para menos. Os erros sistemáticos prejudicam a exatidão da medida.



Com relação aos erros sistemáticos, uma vez conhecidas suas causas, devem ser compensados ou eliminados.

Uma das principais tarefas do idealizador ou realizador de medidas experimentais é identificar e eliminar o maior número possível de fontes de erro sistemático

4.1.1.1 Erros Sistemáticos Instrumentais

Erro Sistemático Instrumental é um erro que resulta da calibração do instrumento de medida. Além do erro na calibração inicial do instrumento, deve ser observado que a calibração pode se alterar em função de diversos fatores (temperatura, desgaste e outros fatores).

Por exemplo, uma régua comum apresenta erro sistemático que depende da qualidade da régua. Não basta que a régua seja fabricada com calibração muito boa. A régua deve também ser construída com bom material, de forma que a calibração não se altere ao longo do tempo e não dependa de fatores tais como temperatura, força e outros.

Erros sistemáticos instrumentais podem, em princípio, ser reduzidos ou praticamente eliminados, por meio de recalibração ou nova aferição do instrumento de medida e correção dos resultados. Entretanto, deve ser observado que na prática isto pode ser muito difícil ou custar muito caro, sendo inviável qualquer recalibração ou correção de resultados.

4.1.1.2 Erros Sistemáticos Teóricos

Erro Teórico é erro que resulta do uso de fórmulas teóricas aproximadas ou uso de valores aproximados para eventuais constantes físicas que sejam utilizadas. Na realização de uma experiência, geralmente é necessário utilizar um modelo para o fenômeno físico em questão. Conforme o modelo adotado, as fórmulas teóricas podem não ser suficientemente exatas e grandezas físicas obtidas por meio destas fórmulas terão erro sistemático. O mesmo vale com relação às constantes físicas utilizadas em cálculos.

Por exemplo, realiza-se uma medida da aceleração da gravidade g por meio de uma experiência de queda livre. Desprezando-se a resistência do ar, a velocidade v em função do tempo t será dada por $v = g\ t$. O valor médio obtido para g terá erro sistemático, pois a fórmula teórica acima é aproximada. Se fosse utilizada uma fórmula levando em conta a resistência do ar, o valor médio obtido para g seria um pouco maior que aquele obtido pela fórmula acima.

Erros sistemáticos teóricos podem, em princípio, ser reduzidos ou praticamente eliminados utilizando-se modelos físicos, fórmulas e valores para as constantes suficientemente exatos para o fenômeno em questão. Mas também pode ocorrer que não existam modelos e fórmulas mais adequadas que as disponíveis, ou não existam valores mais acurados para os valores das constantes necessárias nos cálculos.

Um outro exemplo de erro sistemático é o que ocorreu na famosa experiência de Millikan, em 1916, que permitiu determinar a carga do elétron. O valor encontrado por Millikan era 0,6 % menor devido ao fato que ele utilizou um valor um pouco incorreto para a viscosidade do ar em seus cálculos. Este erro sistemático foi corrigido somente 16 anos mais tarde.

4.1.1.3 Erros Sistemáticos Ambientais

Erro sistemático ambiental é um erro devido a efeitos do ambiente sobre a experiência. Fatores ambientais tais como temperatura, pressão, umidade, aceleração da gravidade, campo magnético terrestre, ondas de rádio, luz e outros podem introduzir erro nos resultados de uma medida.

Por exemplo, numa experiência para medir o campo magnético de um ímã, o instrumento de medida indicará o campo magnético do ímã superposto com o campo magnético da terra. Pode-se dizer que a medida do campo magnético do ímã tem erro sistemático ambiental devido ao campo magnético terrestre.

Erros sistemáticos ambientais também podem, em geral, ser reduzidos ou praticamente eliminados se as condições ambientais forem bem conhecidas e de preferência controladas. No exemplo acima, pode ser importante conhecer o campo magnético terrestre no próprio laboratório, para eliminar o erro corrigindo o resultado final, já que não é possível eliminar ou controlar o campo magnético terrestre. Entretanto, alguns fatores ambientais como temperatura, umidade, luminosidade e outros podem ser controlados, além de serem medidos.

4.1.1.4 Erros Sistemáticos Observacionais

Erro sistemático observacional é um erro sistemático devido a falhas de procedimento do observador.
Erro sistemático mais comum deste tipo é devido ao efeito de paralaxe na leitura de escalas de instrumentos. O erro de paralaxe na leitura de um instrumento analógico é devido ao não alinhamento correto entre o olho do observador, o ponteiro indicador e a escala do instrumento. Podem resultar, por exemplo, leituras sempre sistematicamente maiores que as reais, se o instrumento estiver colocado frontalmente ao observador, mas deslocado à sua direita. Disparar um cronômetro sempre atrasado na medida de um intervalo de tempo é outro exemplo deste tipo de erro.
Erro deste tipo pode ser reduzido seguindo-se cuidadosamente os procedimentos corretos para uso dos instrumentos. Entretanto, mesmo que os procedimentos corretos sejam escrupulosamente seguidos, ainda poderá existir erro sistemático devido às limitações humanas. O tempo típico de reação do ser humano a um estímulo é da ordem de 0,1 segundos. Assim, uma medida de tempo com cronômetro acionado manualmente pode apresentar erro sistemático desta ordem de grandeza. Analogamente, a resolução típica do olho humano normal é da ordem de 0,00014 rad. Isto significa que o olho humano pode distinguir 2 pontos separados de 0,14mm a 1m de distância. Esta resolução é muito melhor que a necessária para realizar leituras muito precisas em escalas de instrumentos e geralmente permite realizar operações de ajustes e alinhamentos com muita precisão.

4.1.2 Erros Aleatórios

Erros aleatórios resultam de variações estatísticas no valor de uma grandeza, devido a fatores que não podem ser controlados ou que por qualquer motivo não são controlados. Essas variações podem ser na própria grandeza ou no valor da grandeza que é obtido na medida.
Por exemplo, ao se realizar medidas de massa em uma balança, as correntes de ar ou vibrações (fatores aleatórios) podem introduzir erro aleatório na medida. Mas estes erros podem ser reduzidos ou praticamente eliminados colocando-se a balança em uma mesa a prova de vibrações e protegendo-se a balança em uma caixa de vidro ou mesmo em vácuo quando se desejar precisão muito alta.
Mas, se em certos casos o erro aleatório pode ser reduzido ou praticamente eliminado, em outros casos isto não é possível. Por exemplo, o número de desintegrações radioativas que ocorrem em 1 minuto em uma amostra de material radioativo é uma quantidade que varia aleatoriamente em torno de um valor médio. Este tipo de medida terá um erro aleatório intrínseco que não pode ser eliminado.
A expressão *erro praticamente eliminado* é empregada neste texto como significando um erro que foi reduzido de tal forma que este erro seja muito menor que os demais

erros envolvidos no problema. Na verdade, um erro nunca pode ser eliminado, mas apenas reduzido.

Uma solução para minimizar os efeitos de erros aleatórios consiste em repetir medidas, uma vez que o valor médio de um grande número de medidas tem erro aleatório menor.

Aos erros acidentais ou aleatórios são aplicadas a teoria dos erros ou a estatística aplicada aos erros.

4.1.3 Erros de Escala

Erro de escala é o máximo erro aceitável cometido pelo operador, devido ao limite de resolução da escala do instrumento de medida.

4.1.4 Erros Grosseiros

Erros grosseiros ou enganos não são erros do ponto de vista da teoria dos erros. Enganos podem ocorrer, por exemplo na leitura de um instrumento ou na realização de cálculos.

Por exemplo, se na medida de um comprimento $y = 37{,}4\ mm$, o observador fez leitura e anotou $y = 32{,}4\ mm$, isto constitui um erro grosseiro.

Quando existir suspeita de que houve um engano em alguma leitura de instrumento, esta leitura deve ser simplesmente descartada, isto é, eliminada do conjunto de dados.

Enganos podem evidentemente ocorrer na tomada de dados. Mas é inadmissível apresentar resultados que contenham erros grosseiros. **Para evitar erros grosseiros, as regras básicas consistem em repetir medidas e conferir cuidadosamente os cálculos.**

5. Erro – Medida Única

Nas seções anteriores discutimos o tratamento estatístico de erros para medidas em que uma grandeza física é medida sob as mesmas circunstâncias, por um certo número de vezes para obter uma estimativa do melhor valor. Para uma única medida não há sentido em se discutir a existência de erro aleatório e trataremos somente do erro de escala.

Os instrumentos de medida podem ser classificados, de acordo com a sua escala, em analógicos e não analógicos.

Os instrumentos analógicos são aqueles cujas escalas permitem que o algarismo duvidoso da medida seja avaliado. As escalas dos instrumentos não analógicos, não permitem esta avaliação.

5.1 Erro de Escala em Instrumentos Analógicos

O erro de escala em instrumentos analógicos é determinado através da expressão

$$E = \pm \frac{menor\ divisão de escala}{2} = \pm \frac{MDE}{2}$$

É importante lembrar que conforme a nossa definição de algarismos significativos, os erros apresentados nestes casos possuem somente um algarismo significativo. (com exceção do erro relativo percentual). O erro representado desta forma é conhecido como erro absoluto e também pode ser fixado pelo operador, dependendo de sua perícia, de sua segurança, da facilidade de leitura da escala e do próprio aparelho ou instrumento utilizado na medição.

Desta forma o experimentador pode a seu critério estipular o erro absoluto maior do que a metade da menor divisão de escala quando as condições permitirem.

5.2 Erro de Escala em Instrumentos Não Analógicos

As escalas dos instrumentos não analógicos não permitem a avaliação do algarismo duvidoso da medida e podem ser divididos em instrumentos digitais e instrumentos com nônio (ou vernier). Em instrumentos digitais o único procedimento aceitável é consultar o manual do instrumento, pois o erro das leituras destes instrumentos em geral é maior que a menor leitura do instrumento.

5.3 Erro Relativo

O *erro relativo* é igual ao quociente entre o erro absoluto e o valor da medida da grandeza.

Exemplo:

AB = (13,4 ± 0,2) cm

- erro absoluto = ± 0,2 cm

- erro relativo = $\pm\,\dfrac{0{,}2cm}{13{,}4cm} \cong \pm 0{,}015$

Poderíamos dizer que quanto menor o erro relativo, maior a qualidade da medida.

5.4 Erro Percentual

É o erro *relativo multiplicado* por 100% (cem por cento).

Exemplo:

- erro absoluto = ± 0,2 cm

- erro relativo = $\pm\,\dfrac{0{,}2cm}{13{,}4cm} \cong \pm 0{,}015$

- erro percentual = ± 0,015 x 100% = ± 1,5%

Quando o valor de uma grandeza é obtido a partir de uma medida única, costuma-se exprimi-lo com o respectivo erro absoluto.

6. Propagação de Erros

Uma medida indireta de uma grandeza é efetuada através de uma série de medidas diretas de grandezas que se relacionam matematicamente com a grandeza em questão. O estudo da influência dos erros individuais, no resultado das operações matemáticas que fornecem o valor da grandeza medida indiretamente, é denominado propagação de erros. Este estudo envolve o conhecimento de derivadas parciais e foge do objetivo do texto no presente momento uma abordagem mais completa do assunto. Apresentamos então a aplicação da teoria de propagação de erros nos casos mais simples e de uso mais freqüente.

Seja uma grandeza *u*, dependente de outras grandezas *x* e *y*. Então, pode-se escrever:

$$u = f(x, y)$$

Partindo desta definição vamos listar os casos mais comuns. É importante ressaltar que a grandeza *u* foi definida como dependente de duas outras grandezas, de um modo geral, a grandeza *u* pode ser definida com um número maior de grandezas sem perda de generalidade das expressões apresentadas.

6.1 Soma ou Diferença

$$u = x + y \quad ou \quad u = x - y$$

com os desvios padrão associados: $\sigma_x \ e \ \sigma_y$

$$\boxed{\sigma_u = \sqrt{\sigma_x{}^2 + \sigma_y{}^2}}$$

6.2 Multiplicação ou Divisão por uma Constante

$$u = Ax \quad (A \text{ é constante})$$

com o desvio padrão associado: σ_x

$$\boxed{\sigma_u = A\sigma_x}$$

da mesma forma:

$$u = \frac{x}{B} \quad (B \text{ é constante})$$

com o desvio padrão associado: σ_x

$$\boxed{\sigma_u = \frac{\sigma_x}{B}}$$

6.3 Multiplicação ou Divisão

$$u = xy \quad ou \quad u = \frac{x}{y}$$

com os desvios padrão associados: $\sigma_x \;\; e \;\; \sigma_y$

$$\boxed{\sigma_u = u\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}}$$

6.4 Potenciação (Radiciação)

$$u = x^a \quad (a\,é\,constante)$$

com o desvio padrão associado: σ_x

$$\boxed{\sigma_u = a x^{a-1} \sigma_x}$$

7. Gráficos

O gráfico é um recurso que simplifica bastante a compreensão do comportamento de dados experimentais, devido à interpretação geométrica.
Um gráfico permite interpretar mais facilmente o comportamento de pontos experimentais e observar tendências ou detalhes no conjunto de dados.
Algumas regras gerais para construção de gráficos são resumidas a seguir:

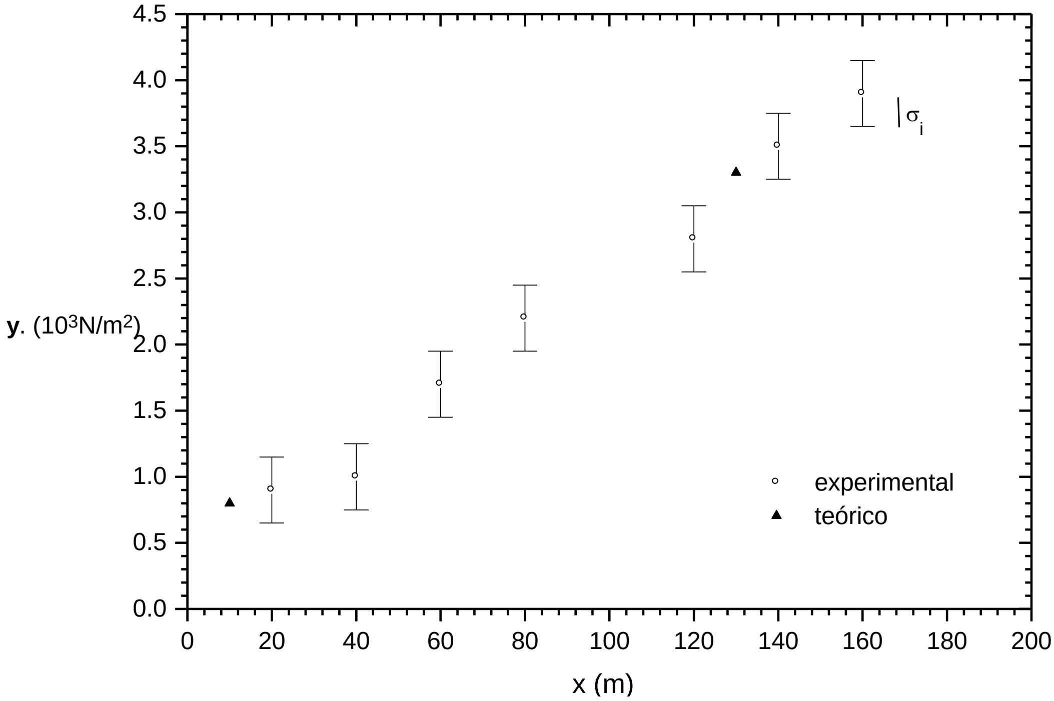
A construção de gráficos segue a segue a seguinte ordem:

1) escolha e identificação dos eixos coordenados;
2) determinação da escala para cada um dos eixos coordenados;
3) marcação dos pontos tabela que contém os dados;
4) traçado da curva que representa os pontos marcados.

Eixos coordenados:As variáveis dos eixos de abscissas e ordenadas devem ser explicitamente indicadas, bem como as unidades e eventuais fatores multiplicativos.
Existem dois tipos de variáveis: as variáveis dependentes e as independentes. As variáveis independentes são marcadas sobre o eixo dos x (abscissas) e a variáveis dependentes são marcadas sobre o eixo dos y (ordenadas). Como exemplo, podemos citar o caso do pêndulo, onde a mudança do comprimento do fio, altera o valor do período. Neste caso o período depende do comprimento do fio, então o período é a variável dependente e o comprimento do fio a variável independente.
Escalas: As escalas devem ser definidas identificando somente as marcações principais das escalas. As coordenadas dos pontos graficados não devem ser identificadas nas escalas.
Além disso, as escalas devem ser escolhidas de forma que os pontos graficados sejam razoavelmente bem distribuídos por toda área útil do gráfico.
Subdivisão de escala: A escala deve permitir leitura fácil, no sistema decimal. Isto ocorre se a menor divisão da escala é 1, 2 ou 5, ou estes números multiplicados por uma potência de 10 (por exemplo, 0,02 ou 0,005). Deve-se evitar a utilização de blocos de valores 3,7,11,... e seus múltiplos, o que não forneceria gráficos facilmente legíveis. Deve-se evitar escalas que são múltiplas de 2 ou 5 e simultaneamente de um outro valor qualquer não recomendado (6, 12, 15, etc).
Toda grandeza apresenta um certo número de algarismos significativos, devemos então, ter o cuidado de considerar também na escala, o número de algarismos significativos da grandeza representada.
Identificação e legenda: Gráficos devem ser numerados para simplificar a identificação e podem ter títulos. A legenda é um texto explicativo que sempre deve

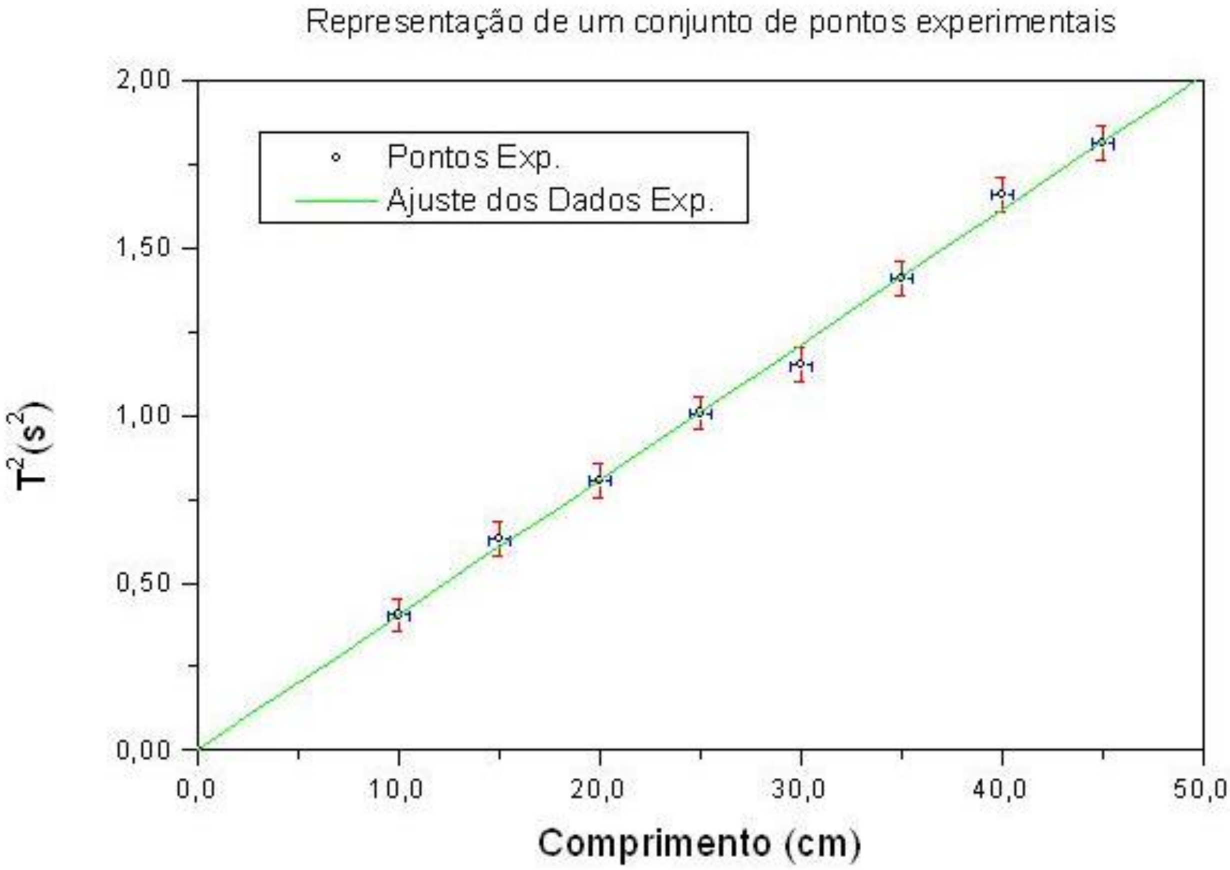
acompanhar o gráfico. A legenda inclui a identificação, eventual título e informações adicionais que sejam importantes para se entender o gráfico.
Origem: Um gráfico deve mostrar a origem sempre que isto é possível. Às vezes, os pontos do gráfico são realmente próximos entre si, e um gráfico mostrando a origem não é adequado.
Barras de erros: Num gráfico, os erros são indicados por meio de barras de erros. Barras de erros horizontais devem ser geralmente evitadas, transferindo-se a incerteza para a variável das ordenadas. Assim, as barras de incertezas geralmente são verticais.
Pontos experimentais no gráfico: Deve-se identificar cada ponto experimental por um sinal, por exemplo: ⊕, ⊗, ⊙, ⊡, ⊠. Se dois ou mais conjuntos distintos de pontos forem colocados na mesma folha, símbolos diferentes devem ser utilizados para identificar cada conjunto. **Deve-se ter o cuidado de nunca assinalar na escala as coordenadas dos pontos experimentais.**

Em resumo, um gráfico com a respectiva legenda deve ser inteligível, mesmo quando isolado do texto principal e as escalas devem ser de fácil leitura.
Além das regras acima, deve ser observado que a área útil do gráfico não é lugar para se realizar cálculos, resolver equações ou escrever. A figura abaixo é um exemplo de gráfico que mostra os vários detalhes. A menor divisão no eixo das abscissas é 4m e no eixo das ordenadas é $0{,}01\times10^{3}(Nm^{-2})$.



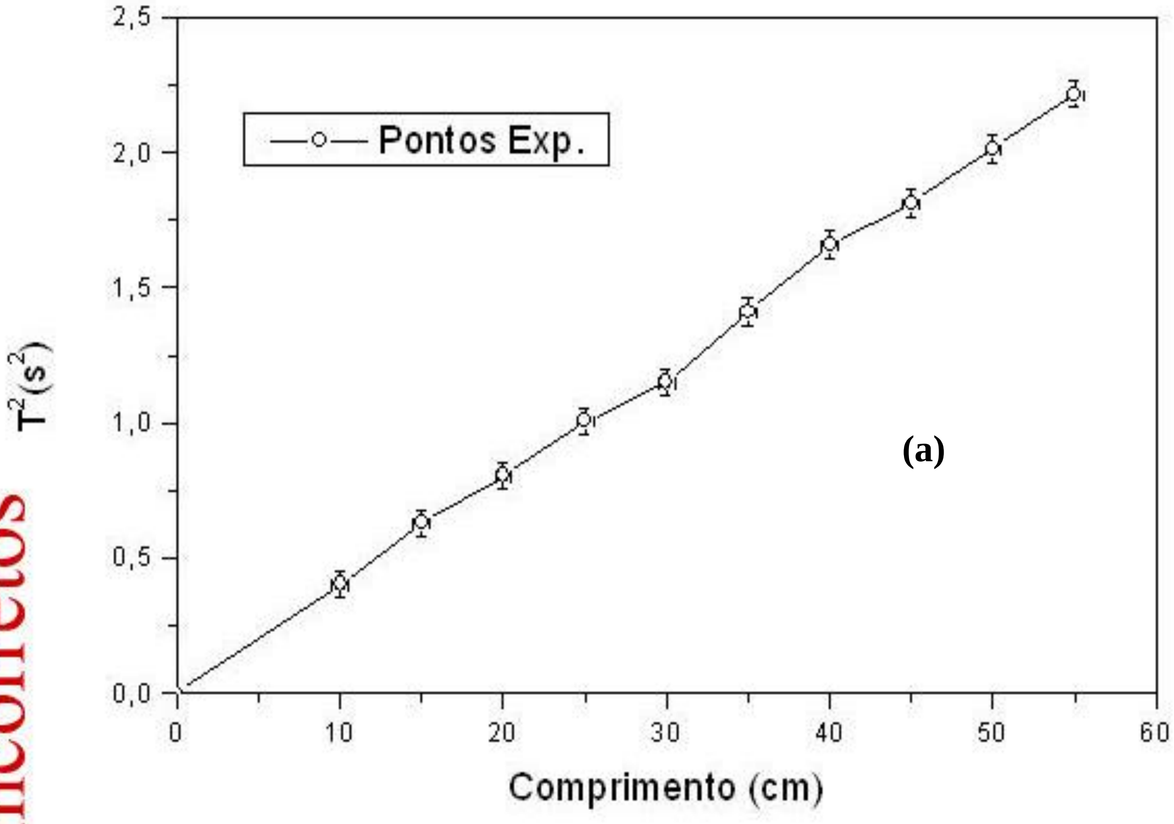
Medidas de y em função de x. Dois pontos calculados teoricamente também foram indicados no gráfico.

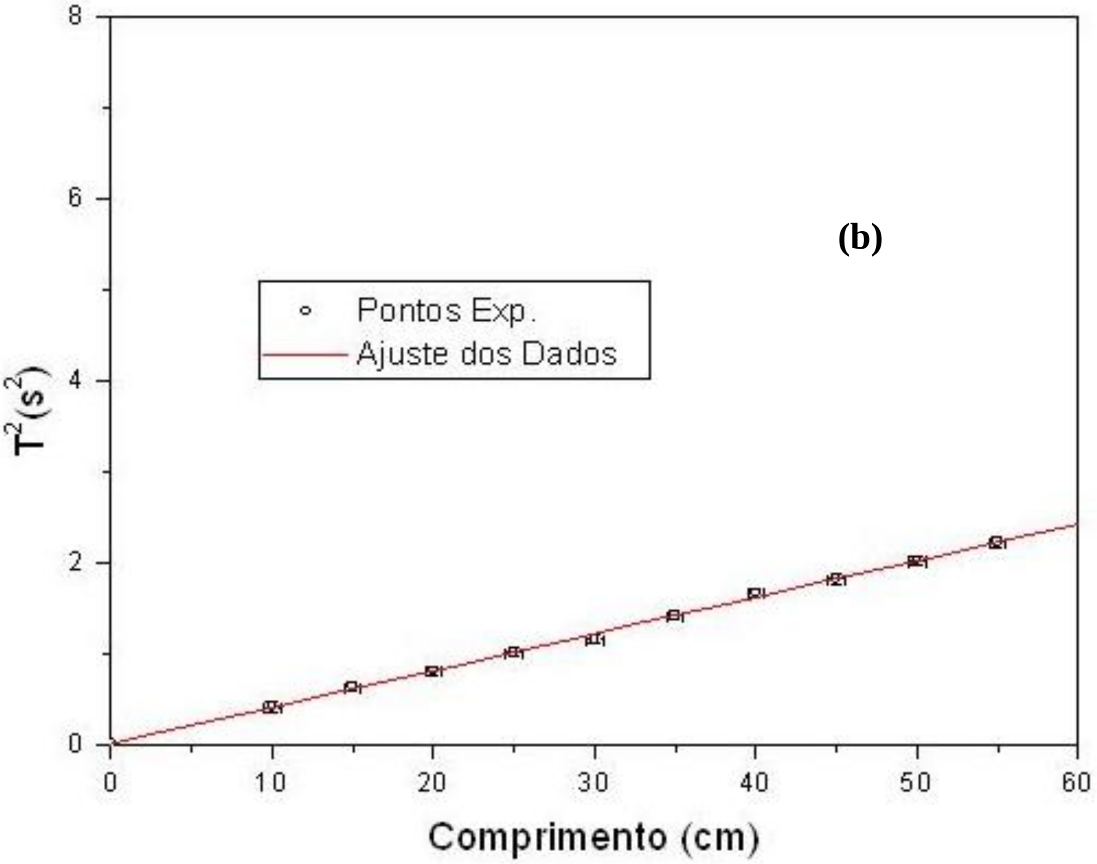
A figura abaixo é outro exemplo de gráfico aceitável. A menor divisão no eixo das abscissas é 5 (cm) e no eixo das ordenadas é 0,25(s^2).



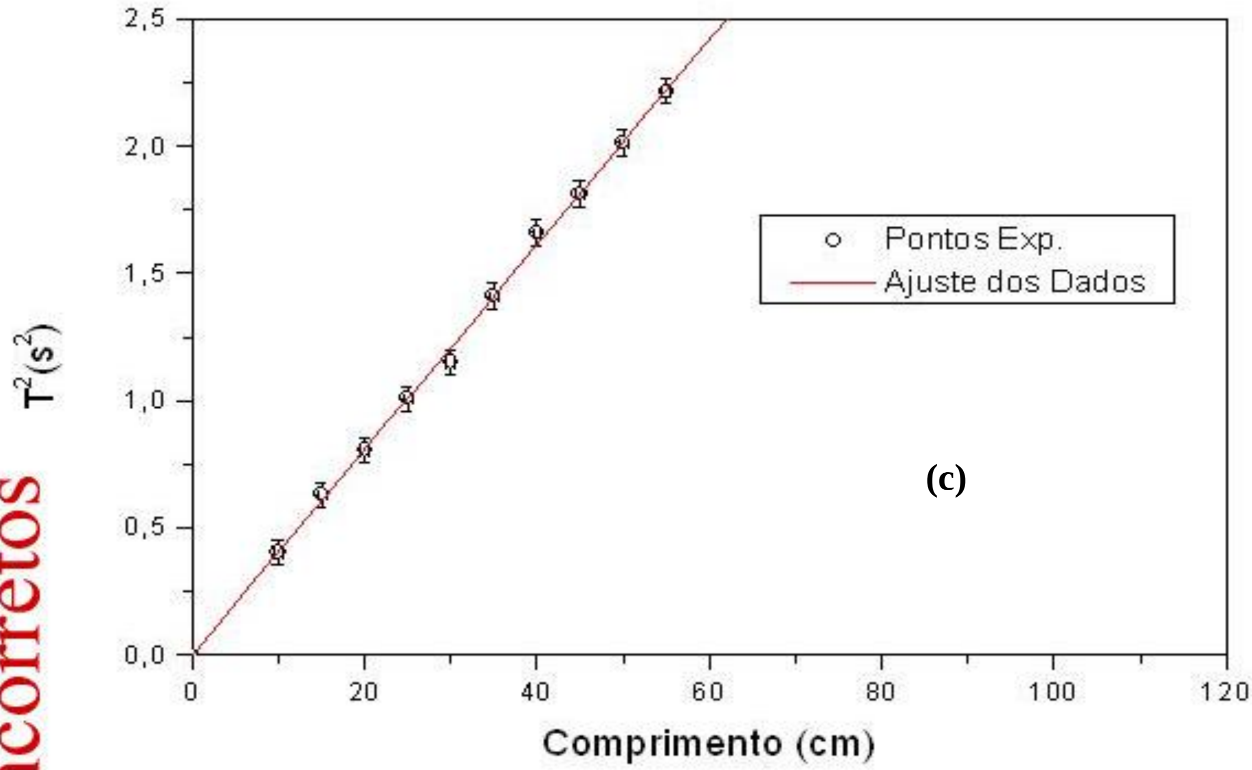
Exemplos de gráficos que apresentam algum tipo de erro.

Gráficos Incorretos





Gráficos Incorretos



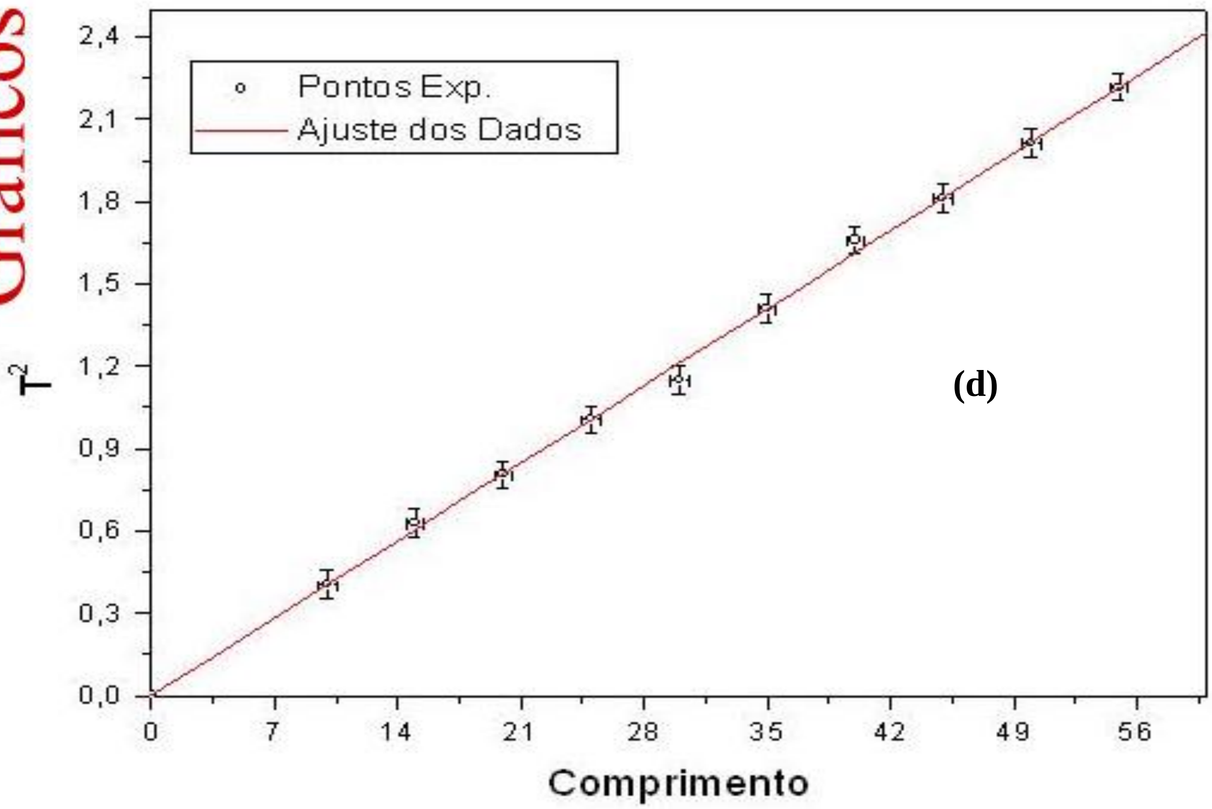
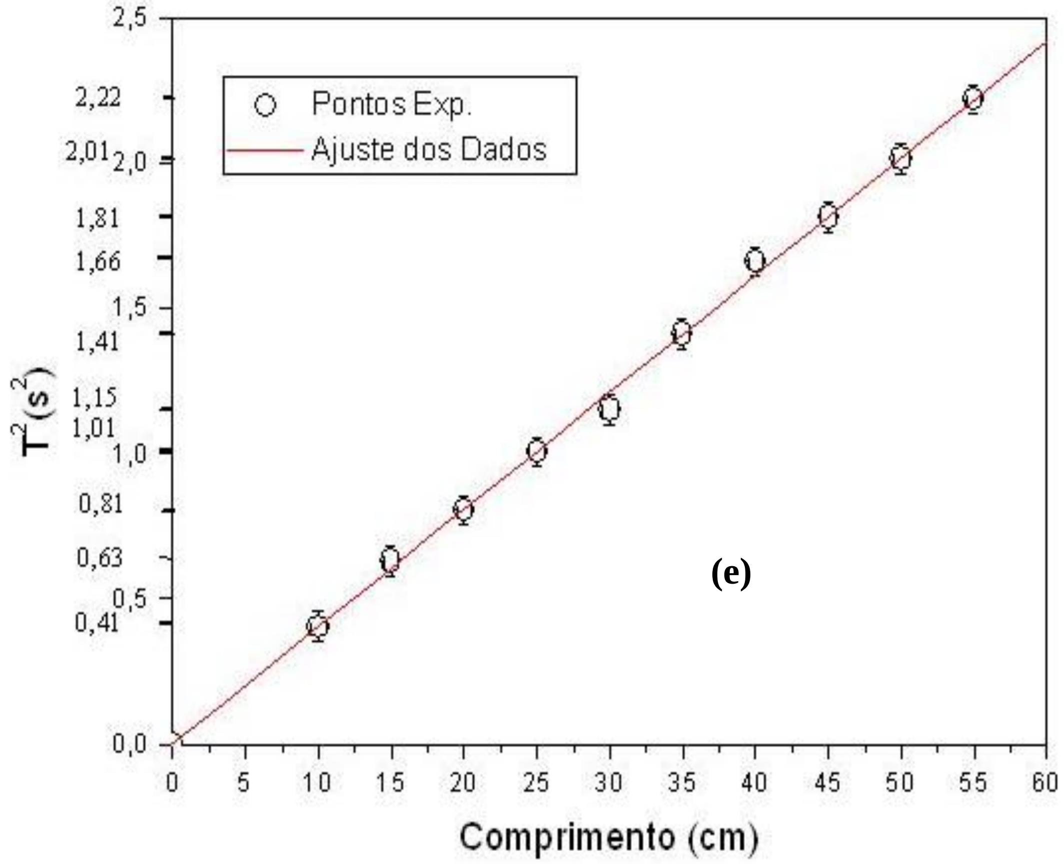


Gráfico Incorreto



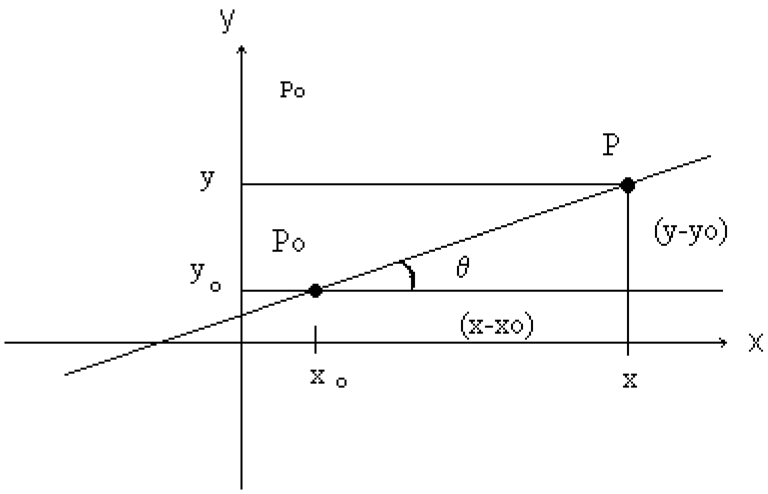
Os mesmos dados experimentais estão representados nos cinco gráficos acima para ilustrar defeitos típicos. Na figura (a) os pontos experimentais estão ligados; na figura (b) a escala das ordenadas não está bem definida e a área não é bem aproveitada; na figura (c) a escala das abscissas também não está bem definida; na figura (d) os eixos não apresentam as unidades, no eixo das ordenadas a escala é múltipla de 3 e o eixo das abscissas é múltipla de 7, o que não facilita a leitura dos pontos; na figura (e) o tamanho dos pontos é muito grande, sobrepondo as barras de erros, além disto a escala vertical não deve ser indicada com os valores individuais dos pontos experimentais.

8. Equação da Reta

A figura abaixo mostra uma reta no plano xy, que passa pelo ponto (x_o,y_o) e forma um ângulo θ com o eixo x. Admitindo que o ponto (x_o,y_o) é um ponto fixo, a reta é o lugar geométrico dos pontos (x,y) tais que o ângulo θ é constante. Isto é, o segmento que une o ponto fixo P_o ao ponto P, forma um ângulo constante θ com o eixo x e assim,

$$\frac{(y-y_o)}{(x-x_o)} = a = tg\theta \qquad (constante)$$

onde x_o e y_o são coordenadas do ponto fixo P_o e $a = tg\theta$ é uma constante chamada de coeficiente angular da reta.



Entretanto, deve ser observado que o ângulo θ não tem significado geométrico se os eixos x e y tem unidades diferentes, ou seja, estão em escalas diferentes. A equação 1 também pode ser escrita como

$$y = ax + b$$

onde $b = y - ax$ é o chamado coeficiente linear. Quando $x = 0$, resulta desta equação que $b = y$ e a reta cruza o eixo y na altura b em relação à origem. Assim uma reta que passa pela origem pode ser descrita pela equação $y = ax + b$, com $b = 0$, isto é,

$$y = ax$$

Quando a relação entre as duas variáveis x e y é da forma da equação representadas acima, a relação é chamada de linear, pois o gráfico de y versus x é uma linha reta.
Num gráfico, o coeficiente linear b pode ser lido diretamente no eixo y, como mostra a figura acima.
Este método é utilizado quando necessitamos encontrar o coeficiente angular e linear de um conjunto de dados representados em um gráfico por uma reta. Depois que os pontos experimentais são marcados podemos traçar a reta, a reta não precisa passar sobre todos os pontos e não necessita iniciar no primeiro e nem terminar no último ponto representado. A reta deve ser traçada levando em conta a tendência dos pontos experimentais. Esta reta é chamada de reta média indicando que aproximadamente metade dos pontos sobre os quais a reta não passa, deve estar acima da reta e metade abaixo da reta.

9. Ajuste de Curvas Usando o Método dos Mínimos Quadrados – Regressão Linear

Muitas vezes, na análise de um conjunto de dados experimentais, encontramos medidas de grandezas que, a priori, não possuem uma relação estabelecida. Desse modo, podemos numa primeira abordagem tentar encontrar alguma lei simples através da visualização dos dados por meio de um gráfico. Por exemplo, no caso da força exercida por uma mola, vamos considerar que não conhecemos a relação: $F = k\Delta x$, se tirarmos os dados experimentais da Força em função da distensão da mola, e colocarmos os mesmos num gráfico, iremos encontrar uma reta, logo podemos inferir a fórmula mostrada acima.

Agora, fazendo o caminho inverso, vamos considerar conhecida uma relação linear $y = ax + b$, onde a e b são os coeficientes que representam o coeficiente angular e linear de uma reta, respectivamente, e y e x são os pontos experimentais, que variam conforme o número de medidas tomado, portanto, coloca-se um subscrito nos mesmos: y_i e x_i . Então, se quisermos saber o quanto as medidas desviam do valor "real" iremos definir a quantidade:

$$S = \sum (y_i - ax_i - b)^2$$

Assim, o conjunto de dados que foram tirados num experimentam seriam aqueles em que a quantidade **S** é mínima em função dos parâmetros a e b , o que matematicamente expressa-se por equações diferenciais. Trabalhando um pouco com essas equações diferenciais, obtemos às seguintes relações:

$$a = \frac{\left(n\sum y_i x_i - \sum y_i \sum x_i\right)}{\Delta}$$

$$b = \frac{\left(\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum y_i x_i\right)}{\Delta}$$

Onde $n = número\, de\, dados$

$$\Delta = n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2$$

Nesse ajuste, como as medidas estão afetadas por um desvio, ocorrerão desvios na determinação de a e b dados por:

$$\sigma_a = \sigma\sqrt{\left(\frac{n}{\Delta}\right)}$$

$$\sigma_b = \sigma\sqrt{\left(\frac{\sum x_i^2}{\Delta}\right)}$$

onde

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{S}{n-2}\right)}$$

Vamos aplicar as expressões acima a um exemplo para visualizar o processo de ajuste, dispondo do seguinte conjunto de dados :

X	***1,0***	***2,0***	***3,0***	***4,0***	***5,0***	***6,0***	***7,0***	***8,0***	***9,0***	***10,0***	***11,0***	***12,0***
Y	***9,6***	***16***	***22***	***28***	***33***	***41***	***47***	***52***	***59***	***65***	***70***	***77***

Aplicando esses valores nas expressões acima temos:

$n = 12$
$\sum x_i^2 = 650$
$\sum x_i = 78$

Sendo $\Delta = n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2$, temos $\Delta = 1716$

$\sum y_i x_i = 4250{,}6$
$\sum y_i = 519{,}6$

Sendo $a = \dfrac{\left(n\sum y_i x_i - \sum y_i \sum x_i\right)}{\Delta}$, temos $a = 6{,}11$

e $b = \dfrac{\left(\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum y_i x_i\right)}{\Delta}$, temos $b = 3{,}61$

O que resulta em :

$y = 6{,}11x + 3{,}61$

Com os valores de a e b calculamos $S = \sum (y_i - ax_i - b)^2 = 3{,}47$

$\sigma = \sqrt{\left(\frac{S}{n-2}\right)} = 0{,}60 \;\; e \qquad \sigma^2 = 0{,}36$

Para os desvios na determinação de *a* e *b* teremos :

$$\sigma_a = \sigma\sqrt{\left(\frac{n}{\Delta}\right)} = 0{,}05$$

$$\sigma_b = \sigma\sqrt{\left(\frac{\sum x_i^{\,2}}{\Delta}\right)} = 0{,}37$$

Então podemos escrever $y = (6{,}11 \pm 0{,}05)x + (3{,}61 \pm 0{,}37)$

Vemos que o desvio relativo em *a* é de 1%, enquanto que em *b* é aproximadamente 10%.

Outro comentário é referente aos programas de computador e calculadoras sofisticadas que já realizam esses cálculos diretamente, procure mais detalhes nos manuais na parte de estatística e tente comparar os resultados feitos “a mão” com os produzidos pelos mesmos.

Alfabeto Grego

Em Física trabalha-se com um número enorme de grandezas, sendo assim necessário um grande número de símbolos para representar tais grandezas. Por isso, o alfabeto grego é muito usado em Física.

α	alfa	ν	ni
β	beta	ξ	ksi
γ	gama	o	ômicron
δ	delta	π	pi
ε	épsilon	ρ	ro
ζ	zeta	σ	sigma
η	eta	τ	tau
θ	teta	υ	úpsilon
ι	iota	ϕ,φ	fi
κ	kapa	χ	qui
λ	lambda	ψ	psi
μ	mi	ω	ômega

REFERÊNCIAS

Feynman, R. P.; ***Física em Seis Lições***, Editora Ediouro, Rio de Janeiro, 1999.

Fiolhais, C.; ***Física Divertida***, Editora Universidade de Brasília, São Paulo,2000.

Helene, O. A. M. e Vanin, V. R.; ***Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental***, Editora Edgard Blücher,São Paulo, 1981.

Helene, O. A. M. e Gouffon, P.; ***Tópicos Avançados em Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental***, Edição Preliminar, Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.

Knoll, F. G.; ***Radiation Detection and Measurement***, Second Edition, John Wiley&Sons, 1989.

Krauss, L. M. ***Sem Medo da Física***, Editora Campus, Rio de Janeiro, 1995.

Menezes, L. C.; ***Vale a Pena ser Físico?***, Editora Moderna, 1988.

Piacentini, J. J., Grandi, B. C. S., Hofmann, M. P., de Lima, F. R. R. e Zimmermann, E.; ***Introdução ao Laboratório de Física***, Editora da UFSC, 2001.

Vuolo, J. H.; ***Fundamentos da Teoria de Erros***, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1992.

Young, H. D.; ***Física I – Mecânica***, Editora Addison Wesley, São Paulo, 2003.